

Câu 14. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y-1} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y-1} = 4 \end{cases}$ là

A. $(x; y) = \left(\frac{7}{5}; -\frac{13}{5}\right)$.

B. $(x; y) = \left(\frac{5}{7}; \frac{8}{13}\right)$.

C. $(x; y) = \left(\frac{5}{7}; -\frac{8}{13}\right)$.

D. $(x; y) = \left(\frac{7}{5}; -\frac{8}{13}\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(m-6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

A. Vô số.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b = \frac{1}{2}$.

C. $a+b = \frac{3}{4}$.

D. $a+b = \frac{1}{4}$.

Câu 17. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3m-1 \end{cases}$ có nghiệm (x, y) thỏa $x > y$?

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m > \frac{1}{3}$.

C. $m > -\frac{1}{2}$.

D. $m > \frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3; AC=4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB=2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{41}{3}$.

C. 8.

D. -23.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2;3), B(2;1), C(0;-3)$ và $D(-1;-2)$. Gọi $M(x; y)$ với $x > 0$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = x+1$ sao cho $(\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{MD} = 6$. Khi đó x thuộc khoảng nào sau đây?

A. (2; 4).

B. (3; 5).

C. (4; 6).

D. (5; 7).

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $(\sqrt{x+2} - \sqrt{10-x})\sqrt{3x+3-m} = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

A. 4.

B. 16.

C. 15.

D. 14.

B. PHẦN TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho hai tập hợp $A = \{1,3\}, B = \{2,3,4\}$. Tìm tập hợp $A \cup B$.

Câu 2 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1), B(2;-3), C(4;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng BC và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 3 (1,0 điểm). Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng đồ thị hàm số là parabol đi qua điểm $A(0;5)$ và có đỉnh là $I(1;3)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;-2), B(5;0), C(3;5)$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông cân tại B . Tính diện tích tam giác ABC .

b) Tìm M trên trục Ox sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x - x^2 - \sqrt{x-1} + 3 + 2m = 0$$
 có nghiệm.

Hết!

Họ tên thí sinh:.....

Mã đề 102

Số báo danh:

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (5,0 điểm)

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{OA} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$. Khi đó tọa độ điểm A là

- A. $A(-5;2)$. B. $A(2;-5)$. C. $A(2;-3)$. D. $A(2;3)$.

Câu 2. Câu nào sau đây không phải là mệnh đề ?

- A. 4 là một số lẻ. B. 5 là một số tự nhiên.
C. Bạn có xem chương trình Rap Việt không?. D. $5+2=8$.

Câu 3. Cho $A = \{2;3;4\}, B = \{2;4;5\}$. Xác định $A \cap B$.

- A. $\{2;3\}$. B. $\{2;3;4;5\}$. C. $(2;4)$. D. $\{2;4\}$

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào sau đây đi qua hai điểm $A(3;1), B(-1;-3)$?

- A. $y = x - 2$. B. $y = x - 4$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x + 4$.

Câu 5. Trục đối xứng của parabol $y = 2x^2 + 3x + 3$ là đường thẳng:

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{3}{4}$. D. $x = -\frac{3}{2}$.

Câu 6. Tìm m để hàm số $y = (3-m)x + 2$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $m > 0$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. $m < 3$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 10$. C. $x = 4$. D. $x = 9$.

Câu 8. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3 - x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$ là

- A. $(2;1)$ và $(3;0)$. B. $(1;2)$ và $(3;0)$.
C. $(3;2)$ và $(3;0)$. D. $(-2;-2)$ và $(4;4)$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\frac{x+2}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (-1;3), \vec{b} = (5;-7)$. Tọa độ vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

- A. $(17;27)$. B. $(13;-15)$. C. $(-17;27)$. D. $(6;-19)$.

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$, với giao điểm hai đường chéo là I . Khi đó:

- A. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD}$. B. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$. C. $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{0}$. D. $\vec{AB} + \vec{IA} = \vec{BI}$.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 8. Tính giá trị $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$.

- A. 64. B. 8. C. 0. D. -64.

Câu 13. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A -1;1, B 2;3, D 3;5$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $C 7;6$. B. $C -6;7$. C. $C 6;7$. D. $C -6;-7$.

Câu 14. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y-1} = 4 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$ là

A. $(x; y) = \left(\frac{5}{7}; \frac{3}{8}\right)$.

B. $(x; y) = \left(\frac{7}{5}; \frac{8}{3}\right)$.

C. $(x; y) = \left(\frac{5}{7}; -\frac{8}{13}\right)$.

D. $(x; y) = \left(\frac{7}{5}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(m-6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$?

A. Vô số.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{DA}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b=-\frac{1}{2}$.

C. $a+b=\frac{3}{4}$.

D. $a+b=\frac{1}{4}$.

Câu 17. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2m-1 \end{cases}$ có nghiệm (x, y) thỏa $x > y$?

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m > \frac{1}{3}$.

C. $m > -\frac{1}{2}$.

D. $m > \frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3; AC=5$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB=2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{41}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. -23 .

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2;3), B(2;1), C(0;-3)$ và $D(-1;-2)$. Gọi $M(x; y)$ với $x > 0$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = x+1$ sao cho $(\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{MD} = 14$. Khi đó x thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(4; 6)$.

D. $(5; 7)$.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình

$$(\sqrt{x+2} - \sqrt{10-x})\sqrt{3x+2-m} = 0$$
 có đúng 2 nghiệm phân biệt.

A. 4.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

B. PHẦN TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho hai tập hợp $A = \{2,3\}, B = \{3,4,5\}$. Tìm tập hợp $A \cup B$.

Câu 2 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A -1;1, B -2;3, C 4;-5$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng BC và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 3 (1,0 điểm). Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng đồ thị hàm số là parabol đi qua điểm $B(0;4)$ và có đỉnh là $I(1;5)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;-2), B(4;0), C(2;4)$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông cân tại B . Tính diện tích tam giác ABC .

b) Tìm M trên trục Ox sao cho $MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2x - x^2 - 2\sqrt{x^2 - x} + 5 + 2m = 0$$
 có nghiệm.

HẾT!

Phần I. Trắc nghiệm:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	D	C	C	B	C	C	C	A	D	A	A	B	B	A	B	A	B	D

Câu 1 (1,0 điểm).

Ta có $A = \{1,3\}, B = \{2,3,4\}$. Suy ra $A \cup B = \{1,2,3,4\}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng BC là
$$\begin{cases} x_I = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{-3+5}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(3;1)$$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
$$\begin{cases} x_G = \frac{-1+2+4}{3} = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{1-3+5}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3};1\right)$$

Câu 3. Vì đồ thị hàm số đã cho là parabol có đỉnh $I(1;3)$ và đi qua điểm $A(0;5)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a+b+c = 3 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 2a+b = 0 \\ a+b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 5 \end{cases}. \text{ Vậy } y = 2x^2 - 4x + 5.$$

Câu 4. a) Ta có
$$\begin{cases} \overline{BA} = (-5; -2) \\ \overline{BC} = (-2; 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BA = |\overline{BA}| = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{29} \\ BC = |\overline{BC}| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29} \end{cases} \Rightarrow BA = BC.$$

Và $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = (-5) \cdot (-2) + (-2) \cdot 5 = 0$.

Vậy tam giác ABC vuông cân tại B . Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{29}{2}$.

b) Gọi $M(t;0) \in 0x$ ta có
$$\begin{cases} MA^2 = \overline{MA}^2 = t^2 + 4 \\ MB^2 = \overline{MB}^2 = (t-5)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = t^2 + 4 + (t-5)^2 = 2t^2 - 10t + 29 = 2\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{33}{2} \geq \frac{33}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } t = \frac{5}{2}.$$

Khi đó $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất thì $t = \frac{5}{2}$. Vậy $M\left(\frac{5}{2}; 0\right)$.

Câu 5. * Điều kiện $x(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0;1]$.

* Đặt $t = \sqrt{x(1-x)} \Rightarrow t^2 = -x^2 + x$. Xét $f(x) = -x^2 + x$ có bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	0

* Từ bảng biến thiên suy ra $t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$

* Phương trình đã cho trở thành $t^2 - t + 3 = -2m - 2$.

* Lập bảng biến thiên $f(t) = t^2 - t + 3$ trên $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

t	0	$\frac{1}{2}$
$f(t)$	3	$\frac{11}{4}$

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình 2 có nghiệm $t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$, điều

$$\text{này xảy ra khi } -2m \in \left[\frac{11}{4}; 3\right] \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{11}{8}\right].$$

ĐÁP ÁN - Mã đề 102

Phần I. Trắc nghiệm:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	D	A	C	D	B	B	D	C	B	A	C	A	D	B	D	B	A	B

Câu 1 (1,0 điểm).

Ta có $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$. Suy ra $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng BC là
$$\begin{cases} x_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y_I = \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(1; -1)$$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
$$\begin{cases} x_G = \frac{-1-2+4}{3} = \frac{1}{3} \\ y_G = \frac{1+3-5}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

Câu 3. Vì đồ thị hàm số đã cho là parabol có đỉnh $I(1;5)$ và đi qua điểm $B(0;4)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a+b+c = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 2a+b = 0 \\ a+b = 1 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases} \text{ . Vậy } y = -x^2 + 2x + 4 \text{ .}$$

Câu 4. a) Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{BA} = (-4; -2) \\ \overrightarrow{BC} = (-2; 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BA = |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} \\ BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} \end{cases} \Rightarrow BA = BC \text{ .}$$

Và $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (-4) \cdot (-2) + (-2) \cdot 4 = 0$.

Vậy tam giác ABC vuông cân tại B . Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = 10$.

b) Gọi $M(t; 0) \in Ox$ ta có
$$\begin{cases} MB^2 = \overline{MB}^2 = t^2 - 8t + 16 \\ MC^2 = \overline{MC}^2 = (t-2)^2 + 16 = t^2 - 4t + 20 \end{cases}$$

$\Rightarrow MB^2 + MC^2 = 2t^2 - 12t + 36 = 2(t-3)^2 + 18 \geq 18$. Dấu "=" xảy ra khi $t = 3$.

Khi đó $MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất thì $t = 3$. Vậy $M(3; 0)$.

Câu 5. * Điều kiện $x^2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \in 0; 2$.

* Đặt $t = \sqrt{x^2 - x} \Rightarrow t^2 = -x^2 + 2x$. Xét $f(x) = -x^2 + 2x$ có bảng biến thiên

	x	0	1	2
	f(x)			

* Từ bảng biến thiên suy ra $t \in 0; 1$

* Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 5 = -2m^2$.

* Lập bảng biến thiên $f(t) = t^2 - 2t + 5$ trên $0; 1$.

t	0	1
f(t)	5	4

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $2x^2 - 2mx + m = 0$ có nghiệm $t \in [0; 1]$, điều

$$\text{này xảy ra khi } -2m \in [4; 5] \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{5}{2}; -2\right].$$