

# Phần 1. Đại số

## Chương 3

### HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



#### A - Phương trình bậc nhất hai ẩn

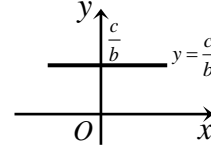
1. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là hệ thức dạng  $ax + by = c$  trong đó  $a, b$  và  $c$  là các số đã biết ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ ).

2. Cặp số  $(x_0; y_0)$  gọi là nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  khi:  
 $ax_0 + by_0 = c$  là một đẳng thức đúng.

3. Công thức nghiệm: Phương trình  $ax + by = c$  có vô số nghiệm.

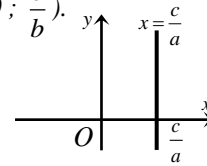
a) Nếu  $a \neq 0$  và  $b \neq 0$  thì: 
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x = -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

❖ Biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ, tập nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  là đường thẳng cắt cả hai trục tọa độ.



b) Nếu  $a = 0$  và  $b \neq 0$  thì: 
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$$

❖ Biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $0x + by = c$  là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại  $(0; \frac{c}{b})$ .



c) Nếu  $a \neq 0$  và  $b = 0$  thì: 
$$\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

❖ Biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $ax + 0y = c$  là đường thẳng song song hoặc trùng với trục tung và cắt trục hoành tại  $(\frac{c}{a}; 0)$ .

d) Trường hợp đặt biệt

✓ Nếu  $a = b = c = 0$  thì phương trình  $0x + 0y = 0$  có vô số nghiệm.

✓ Nếu  $a = b = 0$  và  $c \neq 0$  thì phương trình  $0x + 0y = c$  vô nghiệm.

3.1 Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ:

a)  $x - 2y = 5$

b)  $3x + 5y = 6$

c)  $2x - 0,5y - 1 = 0$

d)  $6x - 2y + 10 = 0$

e)  $4x + 0y = 8$

f)  $0x - 2y = 6$

g)  $0x + 0y = 0$

h)  $0x + 0y = -2$

i)  $3x + 2y = 5$

j)  $3x - 2y = 0$

k)  $0x + 2y = 0$

l)  $x + 4y = 4$

m)  $5x + 0y = 3$

n)  $(\sqrt{2} - 1)x + 0y = 1$

o)  $\sqrt{3}x + 2y = 1$

p)  $3x + 0y = 0$

3.2 Cho các cặp số sau:  $(0; -1)$ ,  $(\sqrt{3}; 2 - \sqrt{3})$ ,  $(1; \sqrt{3} - 3)$ ,  $(\sqrt{3} + 1; 1)$ . Cặp số nào là nghiệm của phương trình:  $(\sqrt{3} - 1)x - y = 1$  ?

3.3 Đường thẳng  $-3x + y = 1$  đi qua điểm nào sau đây:

$$A(1; 4), B(0,25; 0), C(-3; -8), D(\sqrt{2}; -1), E(-\sqrt{3}; 1-3\sqrt{3}).$$

3.4 Tìm giá trị của m để:

- a) Điểm M(1; 0) thuộc đường thẳng  $mx - 5y = 7$ ;
- b) Điểm N(0; -3) thuộc đường thẳng  $2,5x + my = -21$ ;
- c) Điểm P(5; -3) thuộc đường thẳng  $mx + 2y = -1$ ;
- d) Điểm P(5; -3) thuộc đường thẳng  $3x - my = 6$ ;
- e) Điểm Q(0,5; -3) thuộc đường thẳng  $mx + 0y = 17,5$ ;
- f) Điểm S(4; 0,3) thuộc đường thẳng  $0x + my = 1,5$ ;
- g) Điểm A(2; -3) thuộc đường thẳng  $(m - 1)x + (m + 1)y = 2m + 1$

3.5 Phải chọn các hệ số a và b như thế nào để phương trình  $ax + by = c$  xác định một hàm số bậc nhất của biến x ?

Áp dụng: Phương trình nào sau đây xác định một hàm số dạng  $y = ax + b$ ?

- a)  $5x - y = 7$
- b)  $3x + 5y = 10$
- c)  $0x + 3y = -1$
- d)  $6x - 0y = 18$
- e)  $2x - y = 3$
- f)  $0x - 0y = 3$ .

3.6 Vẽ mỗi cặp đường thẳng sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ rồi tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó.

- a)  $2x + y = 1$  và  $4x - 2y = -10$
- b)  $0,5x + 0,25y = 0,15$  và  $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y = -\frac{3}{2}$
- c)  $4x + 5y = 20$  và  $0,8x + y = 4$
- d)  $4x + 5y = 20$  và  $2x + 2,5y = 5$ .

3.7 Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

- a)  $2x + y = 0$
- b)  $5y - x = 0$
- c)  $3x - 2y = 1$
- d)  $4x + 11y = 47$ .

3.8 Chứng minh hai đường thẳng (d) :  $ax + by = c$  ( $a, b \neq 0$ ) và (d') :  $a'x + b'y = c'$  ( $a', b' \neq 0$ ):

- a) Cắt nhau khi  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$
- b) Song song nhau khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$
- c) Trùng nhau khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Từ đó suy ra điều kiện để hệ phương trình  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ :

- a) Có nghiệm duy nhất.
- b) Vô nghiệm
- c) Có vô số nghiệm

Áp dụng: Hãy lập một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm duy nhất.

- a) Có nghiệm duy nhất.
- b) Vô nghiệm
- c) Có vô số nghiệm

## Ba chú heo con

Cô giáo đang đọc truyện "Ba chú heo con" cho các bé nghe đến đoạn một chú heo gặp bác nông dân và xin rơm:

- Bác ơi, cho cháu xin ít rơm nhé!

Cô giáo ngừng lại hỏi:

- Các con có biết bác nông dân nói gì không?

Tèo giơ tay:

- Thưa cô, bác ấy bảo: "Trời ơi! Một con heo biết nói!".

## B - Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  có dạng: 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
2. Hai hệ phương trình gọi là tương đương với nhau khi chúng có cùng tập nghiệm.  
Chú ý:
  - Hai hệ cùng vô nghiệm là tương đương.
  - Hai hệ cùng vô số nghiệm không tương đương với nhau.
3. Giải hệ phương trình:

a) Bằng đồ thị:

- ❖ Vẽ các đường thẳng  $(d) : ax + by = c$  và  $(d') : a'x + b'y = c'$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- ❖ Tọa độ giao điểm của  $(d)$  và  $(d')$  là nghiệm của hệ phương trình.

Chú ý:

- $(d) \equiv (d') \Leftrightarrow$  hệ có vô số nghiệm
- $(d) // (d') \Leftrightarrow$  hệ vô nghiệm
- $(d)$  cắt  $(d') \Leftrightarrow$  hệ có một nghiệm duy nhất

b) Bằng đại số:

❖ Phương pháp thế:

**Định lý:** Nếu từ một phương trình của hệ đã cho ta có thể biểu thị một ẩn số theo ẩn số kia, rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới có một ẩn số, thì hệ phương trình lập bởi phương trình mới này với phương trình thứ nhất của hệ tương đương với hệ đã cho.

Ví dụ: Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$$

**Giải**

$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 5 \\ 4(3y + 5) + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 5 \\ 17y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(2; -1)$

❖ Phương pháp cộng:

**Định lý 1:** Nếu nhân hai vế của một phương trình của hệ với một số khác 0 thì hệ phương trình mới tương đương với hệ đã cho.

**Định lý 2:** Nếu cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ đã cho ta được một phương trình mới, thì hệ phương trình lập bởi phương trình mới này với một trong hai phương trình của hệ là tương đương với nhau.

*Ví dụ :* Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$$

**Giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 12y = 20 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = 5 \\ 17y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(2; -1)$

**3.9** Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích ?

a) 
$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} 2y = -x + 6 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$
      c) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3y = 2x \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x + 3 = y \\ 3x - 3 = y \end{cases}$$
      e) 
$$\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ -5x - 3y = 1 \end{cases}$$
      f) 
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases}$$

**3.10** Minh họa hình học tập nghiệm của mỗi hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$$
      c) 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 0y = 12 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 0x - 5y = 10 \end{cases}$$
      e) 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$$
      f) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$$

**3.11** Hãy giải thích tại sao các hệ phương trình sau là tương đương:

a) 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = -3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} x = 1 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

**3.12** Tìm giá trị của a để hai hệ phương trình sau tương đương:

a) 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} ax - y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - y = a \\ x + y = a - 2 \end{cases}$$
      và      
$$\begin{cases} 2x - y = a + 1 \\ 2x + y = a - 1 \end{cases}$$

**3.13** Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 0y = -2 \\ 5x - y = -9 \end{cases}$$

a) Minh họa hình học tập nghiệm của hệ phương trình đã cho. Từ đó xác định nghiệm của hệ.

b) Nghiệm của hệ này có phải là nghiệm của phương trình  $3x - 7y = 1$  hay không ?

**3.14** Cho hai đường thẳng  $(d_1) : x + y = 2$  và  $(d_2) : 2x + 3y = 0$ .

a) Vẽ hai đường thẳng đó trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Đường thẳng  $(d_3) : 3x + 2y = 10$  có đi qua giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  hay không ?

**3.15** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} \begin{cases} x + 5y = -3 \\ 14x + 51y = 15 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} y = 4 - x \\ x + y = 4 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 9x - 6y = 4 \\ 15x - 10y = 7 \end{cases} \\
\text{d)} \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases} \\
\text{g)} \begin{cases} 1,7x - 2y = 3,8 \\ 2,1x + 5y = 0,4 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 1,3x + 4,2y = 12 \\ 0,5x + 2,5y = 5,5 \end{cases} \\
\text{i)} \begin{cases} (\sqrt{5} + 2)x + y = 3 - \sqrt{5} \\ -x + 2y = 6 - 2\sqrt{5} \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} \sqrt{5}x - y = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1) \\ 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = 21 \end{cases} \\
\text{k)} \begin{cases} \frac{2x + 3}{3y - 2} = 1 \\ 3(3y + 2) - 4(x + 2y) = 0 \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x + y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases} \\
\text{m)} \begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases} & \text{n)} \begin{cases} 2(2x + 3y) = 3(2x - 3y) + 10 \\ 4x - 3y = 4(6y - 2x) + 3 \end{cases} \\
\text{o)} \begin{cases} -x + 2y = -4(x - 1) \\ 5x + 3y = -(x + y) + 8 \end{cases} & \text{p)} \begin{cases} (x - 3)(2y + 5) = (2x + 7)(y - 1) \\ (4x + 1)(3y - 6) = (6x - 1)(2y + 3) \end{cases}
\end{array}$$

**3.16** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} 3ax - (b + 1)y = 93 \\ bx + 4ay = -3 \end{cases}$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hệ có nghiệm là  $(x; y) = (1; -5)$ .

**3.17** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (a - 2)x + 5by = 25 \\ 2ax - (b - 2)y = 5 \end{cases}$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hệ có nghiệm là  $(x; y) = (3; -1)$ .

**3.18** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x + ay = b + 4 \\ ax + by = 8 + 9a \end{cases}$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để hệ có nghiệm là  $(x; y) = (3; -1)$ .

**3.19** Tìm giá trị của  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $(d_1): (3a - 1)x + 2by = 56$  và đường thẳng  $(d_2): 0,5ax - (3b + 2)y = 3$  cắt nhau tại điểm  $M(2; -5)$ .

**3.20** Tìm  $a$  và  $b$  để:

a) Đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(-5; 3)$  và  $B(1,5; -1)$ ;

b) Đường thẳng  $ax - 8y = b$  đi qua điểm  $M(9; -6)$  và đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1): 2x + 5y = 17$  và  $(d_2): 4x - 10y = 14$ .

**3.21** Tìm giá trị của  $a$  để:

a) Hai đường thẳng  $(d_1): 5x - 2y = 3$  và  $(d_2): x + y = a$  cắt nhau tại một điểm trên trục  $Oy$ . Vẽ hai đường thẳng này trong cùng một mặt phẳng tọa độ ứng với giá trị  $a$  vừa tìm được)

b) Hai đường thẳng  $(d_1): ax + 3y = 10$  và  $(d_2): x - 2y = 4$  cắt nhau tại một điểm trên trục  $Ox$ . Vẽ hai đường thẳng này trong cùng một mặt phẳng tọa độ.

**3.22** Tìm giao điểm của hai đường thẳng:

- a)  $(d_1) : 5x - 2y = c$  và  $(d_2) : x + by = 2$ , biết rằng  $(d_1)$  đi qua điểm  $A(5 ; -1)$  và  $(d_2)$  đi qua điểm  $B(-7 ; 3)$ .
- b)  $(d_1) : ax + 2y = -3$  và  $(d_2) : 3x - by = 5$ , biết rằng  $(d_1)$  đi qua điểm  $M(3 ; 9)$  và  $(d_2)$  đi qua điểm  $N(-1 ; 2)$ .

c) Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{1-x}{2y+1}} + \sqrt{\frac{2y+1}{1-x}} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x-1}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x-1}} = 2 \\ x + y = \sqrt{2} \end{cases}$$

**3.23** Xác định  $a$  và  $b$  để đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A$  và  $B$  sau:

- a)  $A(2 ; -2)$  và  $B(-1 ; 3)$       b)  $A(-4 ; -2)$  và  $B(2 ; 1)$   
 c)  $A(3 ; -1)$  và  $B(-3 ; 2)$       d)  $A(1 ; 0)$  và  $B(3 ; 1)$

**3.24** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 2x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - 2y = 2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} \frac{10}{\sqrt{12x-3}} + \frac{5}{\sqrt{4y+1}} = 1 \\ \frac{7}{\sqrt{12x-3}} + \frac{8}{\sqrt{4y+1}} = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases} \\ \text{e) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases} \\ \text{g) } \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = \frac{13}{36} \\ \frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{10}{\sqrt{y}} = 1 \end{cases} & \text{h) } \begin{cases} \frac{4}{x+2y} - \frac{1}{x-2y} = 1 \\ \frac{20}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 1 \end{cases} \\ \text{i) } \begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -2 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \end{cases} & \text{j) } \begin{cases} 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \\ \text{k) } \begin{cases} (x-1)^2 - 2y = 2 \\ 3(x-1)^2 + 3y = 1 \end{cases} & \text{l) } \begin{cases} 3\sqrt{4x+2y} - 5\sqrt{2x-y} = 2 \\ 7\sqrt{4x+2y} + 2\sqrt{2x-y} = 32 \end{cases} \end{array}$$

**3.25** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + 2y = a \end{cases}$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ).

Với giá trị nào của  $a$  thì hệ có một nghiệm ? Có vô số nghiệm ?

**3.26** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x - ay = a \\ ax + y = 1 \end{cases}$  (với  $a$  là một số thực bất kì).

- a) Giải hệ phương trình với  $a = \sqrt{2} - 1$ .  
 b) Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm với mọi  $a$

c) Xác định giá trị của a để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa  $x > 0$  và  $y > 0$ .

**3.27** Cho hai đường thẳng có phương trình: (d):  $mx - (n + 1)y - 1 = 0$  và (d'):  $nx + 2my + 2 = 0$ . Xác định các giá trị của m và n sao cho (d) và (d') cắt nhau tại điểm P(-1; 3).

**3.28** Cho phương trình:  $2ax + (a - b - 2)y = a + 3b - 6$  (1). Định a và b sao cho phương trình (1) có nghiệm là (1 ; -3) và (2 : 1).

**3.29** Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} |x| + 2|y| = 3 \\ 7x + 5y = 2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3|x| + 2y + 9 = 0 \\ 2x + |y| - 7 = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1 \\ |x - 1| + 3y = 3 \end{cases} \\ \text{d)} \begin{cases} |x + 1| + |y - 1| = 5 \\ |x + 1| - 4y + 4 = 0 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} |x - y| = |2y - 1| \\ y + 1 = 2x \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1 \\ |x - 1| - y + 5 = 0 \end{cases} \end{array}$$

**3.30** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = -12 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 9x - 6y - 15 = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 1 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \text{d)} \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ \sqrt{2}x + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2} + 1)y = 1 \end{cases} \\ \text{g)} \begin{cases} \sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 5 \\ 3\sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 4,5 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ 4x - 3y = -24 \end{cases} \\ \text{j)} \begin{cases} 0,35x + 4y = -2,6 \\ 0,75x - 6y = 9 \end{cases} & \text{k)} \begin{cases} 10x - 9y = 8 \\ 15x + 21y = 0,5 \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} 3,3x + 4,2y = 1 \\ 9x + 14y = 4 \end{cases} \\ \text{m)} \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{y}{\sqrt{3}} \\ x - y = 12 \end{cases} & \text{n)} \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 12x + 13y = -8 \end{cases} & \text{o)} \begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2x + 12y = 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \text{p)} \begin{cases} x + y = 2(x - 1) \\ 7x + 3y = x + y + 4 \end{cases} & \text{q)} \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases} \\ \text{r)} \begin{cases} 3(x + 1) + 2y = -x \\ 5(x + y) = -3x + y - 5 \end{cases} & \text{s)} \begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases} \\ \text{t)} \begin{cases} \frac{3x - 2y}{5} + \frac{5x - 3t}{3} = x + 1 \\ \frac{2x - 3y}{3} + \frac{4x - 3y}{2} = y + 1 \end{cases} & \text{u)} \begin{cases} \frac{x + 1}{3} - \frac{y + 2}{4} = \frac{2(x - y)}{5} \\ \frac{x - 3}{4} - \frac{y - 3}{3} = 2y - x \end{cases} \\ \text{v)} \begin{cases} \frac{2x + 1}{4} - \frac{y - 2}{3} = \frac{1}{12} \\ \frac{x + 5}{2} = \frac{y + 7}{3} - 4 \end{cases} & \text{w)} \begin{cases} \frac{2x - 3y}{4} - \frac{x + y - 1}{5} = 2x - y - 1 \\ \frac{x + y - 1}{3} + \frac{4x - y - 2}{4} = \frac{2x - y - 3}{6} \end{cases} \end{array}$$

**3.31** Giải các hệ phương trình sau hai cách:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2(x-2) + 3(1+y) = -2 \\ 3(x-2) - 2(1+y) = -3 \end{cases}$$

**3.32** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = 4,5 \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

**3.33** Tìm giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases}$$

cũng là nghiệm của phương trình  $3mx - 5y = 2m + 1$ .

**3.34** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ ax + y = a \end{cases}$  (với  $a \in \mathbf{R}$ ).

a) Giải hệ phương trình với  $a = -\sqrt{2}$ .

b) Xác định giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa  $x + y > 0$ .

**3.35** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x + ay = 1 \\ -ax + y = a \end{cases}$  (với  $a \in \mathbf{R}$ ).

a) Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm duy nhất với mọi a)

b) Xác định giá trị của a để hệ có nghiệm  $(x; y)$  thỏa  $x < 1$  và  $y < 1$ .

**3.36** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (a+1)x - ay = 5 \\ x + ay = a^2 + 4a \end{cases}$  (với  $a \in \mathbf{R}$ ).

Tìm giá trị của a  $\in \mathbf{Z}$  để hệ có nghiệm  $(x; y)$  với  $x, y \in \mathbf{Z}$ .

**3.37** Xác định các hệ số a, b của hàm số  $y = ax + b$  biết đồ thị của nó đi qua :

a) A(2 ; 1), B(1 ; 2)    b) A(1 ; 3), B(3 ; 2)    c) A(1 ; 2), B(2 ; 0).

**3.38** Cho đa thức  $f(x) = mx^3 + (m-2)x^2 - (3n-5)x - 4n$ .

Hãy xác định m và n sao cho đa thức đã cho chia hết cho  $x+1$  và  $x-3$ .

**3.39** Tìm giá trị của m đường thẳng  $(d) : y = (2m-5)x - 5m$  đi qua giao điểm của hai đường thẳng  $(d_1) : 2x + 3y = 7$  và  $(d_2) : 3x + 2y = 13$ .

**3.40** Cho 4 đường thẳng  $(d_1) : 3x + 2y = 13$  ;  $(d_2) : 2x + 3y = 7$  ;  $(d_3) : x - y = 6$  ;  $(d_4) : 5x + 0y = 25$ . Hỏi bốn đường thẳng trên có đồng quy không ?

**3.41** Tìm m để ba đường thẳng sau đồng qui:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (d_1): y = 2x - 1 & \text{b) } (d_1): y = -x + 1 \\ (d_2): 3x + 5y = 8 & (d_2): y = x - 1 \\ (d_3): (m+8)x - 2my = 3m & (d_3): (m+1)x - (m-1)y = m + 1 \\ \text{c) } (d_1) : y = 2x - m & \text{d) } (d_1) : 5x + 11y = 8 \\ (d_2) : y = -x + 2m & (d_2) : 10x - 7y = 74 \end{array}$$



$$(d_3) : mx - (m - 1)y = 2m - 1 \quad (d_3) : 4mx + (2m - 1)y = m + 2.$$

**3.42** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - 3y - 5z = -19 \\ 4x + 9y + 25z = 97 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y + 2z = 3 \\ x + 3y + 3z = 4 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - y + 5z = 4 \\ x + 8y - z = 6 \end{cases}$$

Giờ sinh vật, thầy giáo hỏi một em học sinh:

- Trong các loại cây mà bố em trồng, em thấy cây nào cho hiệu quả kinh tế cao nhất?

