

Câu 1(5,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$

- Tìm điều kiện đối với x để biểu thức A xác định.
- Rút gọn biểu thức A
- Với giá trị nào của x thì biểu thức A có giá trị nguyên?

Câu 2(4,0 điểm)

Phân tích đa thức thành nhân tử

- $x^2 + 6x + 5$
- $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) - 12$

Câu 3(5,0 điểm)

- Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \frac{3y^2 - 4y}{1 + y^2}$
- Cho 2 và 3 là nghiệm của phương trình $2x^3 + mx^2 - 13x + n = 0$. Xác định m và n. Tìm nghiệm thứ 3 của phương trình đã cho.

Câu 4(6,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có AD=BC và AB<CD. Trung điểm của cạnh AB và CD lần lượt là M và N. Trung điểm của các đường chéo BD và AC lần lượt là P và Q.

- Chứng minh tứ giác MPNQ là hình thoi
- Kéo dài hai cạnh DA và CB cắt nhau tại G, kẻ tia phân giác Gx của góc AGB. Chứng minh Gx//MN.
- Tứ giác ABCD cần thêm điều kiện gì để MPNQ là hình vuông? Chứng minh.